slo / een doordacht curriculum dat doen we *samen*

Nadere verkenning Rekenen & Wiskunde

BESCHOUWINGEN EN ANALYSE

Nadere verkenning Rekenen & Wiskunde

Beschouwingen en analyse

September 2020

slo

een doordacht curriculum
dat doen we *samen*

Verantwoording

2020 SLO, Amersfoort

Mits de bron wordt vermeld, is het toegestaan zonder voorafgaande toestemming van de uitgever deze uitgave geheel of gedeeltelijk te kopiëren en/of verspreiden en om afgeleid materiaal te maken dat op deze uitgave is gebaseerd.

Auteurs: Ria Brandt, dr. Petra Hendrikse, Stanja Oldengarm MEd, ir. Victor Schmidt, Suzanne Sjoers, dr. Marc van Zanten

Informatie
SLO
Postbus 502, 3800 AM Amersfoort
Telefoon (033) 4840 840
Internet: www.slo.nl
E-mail: info@slo.nl

Inhoudsopgave

1. Inleiding **4**
- 1.1 Aanleiding 4
- 1.2 Doel en doelgroep 4
- 1.3 Werkwijze 4
- 1.4 Leeswijzer 5

2. De expertmeetings **6**
- 2.1 Inleiding 6
- 2.2 Verslag van de expertmeeting Breuken 7
- 2.3 Verslag van de expertmeeting Rekenmachine 11
- 2.4 Verslag van de expertmeeting Samenhang 15
- 2.5 Verslag van de expertmeeting Bovenbouw havo/vwo 18
- 2.6 Slotbijeenkomst 22

3. Visie van het ontwikkelteam Rekenen & Wiskunde **24**
- 3.1 Inleiding 24
- 3.2 Nadere duiding van de visie 24
- 3.3 De thema's van de nadere verkenning in relatie tot de visie 26

4. Het 'wat' en het 'hoe' **27**
- 4.1 Inleiding 27
- 4.2 Doorlopende leerlijnen 27
- 4.3 Begripsvorming, procedureontwikkeling en automatiseren/memoriseren 28
- 4.4 Doel en middel 29
- 4.5 Perspectieven 29

5. Kerndoelen primair onderwijs en onderbouw voortgezet onderwijs **30**
- 5.1 Inleiding 30
- 5.2 Wat wordt er in het landelijk curriculum vastgelegd? 30
- 5.3 Aanbodsdoelen en beheersingsniveaus 30
- 5.4 Gedifferentieerde leerdoelen? 31
- 5.5 Welke mate van specificatie? 31

6. Recapitulatie en de uitwerkingsrichtingen **32**

Referenties **33**

slo

1. Inleiding

1.1 Aanleiding

In oktober 2019 werden de voorstellen van de ontwikkelteams van Curriculum.nu aan de minister voor Basis en Voortgezet Onderwijs en Media gepresenteerd en overhandigd. Onderdeel daarvan was het voorstel voor de basis van de herziening van de kerndoelen en eindtermen van de leraren en schoolleiders uit het ontwikkelteam Rekenen & Wiskunde en de toelichting daarop. In het vervolg van dit schrijven wordt dit afgekort tot voorstel van het ontwikkelteam. In het Algemeen Overleg van de Tweede Kamer van 5 maart jongstleden werden vragen gesteld over de positie van breuken en de rekenmachine in het voorstel van het ontwikkelteam. Daarnaast blijkt uit de feedback op de tussenproducten van het leergebied Rekenen & Wiskunde dat er zorgen zijn over de samenhang van rekenen en wiskunde met de andere leergebieden. Tot slot hebben de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren (NVvW) en het Platform Wiskunde Nederland (PWN) in hun visiedocument, dat ze ter voorbereiding op de ontwikkelfase van Curriculum.nu geschreven hebben, een suggestie uitgewerkt om in de bovenbouw van havo en vwo op een andere manier naar het curriculum van de vakken wiskunde A, B, C en D te kijken, met als mogelijk gevolg een andere indeling van deze wiskundevakken.

Naar aanleiding van het bovenstaande heeft het ministerie van OCW aan SLO gevraagd om het voorstel van het ontwikkelteam Rekenen & Wiskunde voor (1) breuken, (2) de rekenmachine en (3) de samenhang met andere leergebieden nader te verkennen, en daarnaast een verkenning te doen van (4) de uitgewerkte suggestie van de NVvW en PWN. Het ministerie van OCW is voornemens deze verkenningen ter advisering voor te leggen aan de in te stellen curriculumcommissie. Daarnaast kunnen de verkenningen worden benut bij het formuleren van kerndoelen en eindtermen.

1.2 Doel en doelgroep

De nadere verkenning heeft tot doel het voorstel van het ontwikkelteam op de genoemde thema's en de uitgewerkte suggestie van NVvW en PWN in een breder kader te plaatsen, op basis daarvan nader te duiden en waar mogelijk te voorzien van mogelijke uitwerkingsrichtingen. De curriculumcommissie kan de resultaten van de nadere verkenning, en de uitwerkingsrichtingen in het bijzonder, gebruiken bij de uitvoering van haar opdracht. Met de verkenning wordt beoogd achtergrondinformatie te bieden bij de voorstellen uit de vorige fase van Curriculum.nu.

1.3 Werkwijze

SLO heeft voor elk van de vier thema's de volgende werkwijze gehanteerd:

- Eerst heeft SLO het voorstel van het ontwikkelteam en de toelichting daarop ter hand genomen en in consultatieverslagen, tussenproducten en uit eigen herinnering terug gekeken hoe het voorstel tot stand gekomen is. Het doel hiervan was om te onderzoeken in hoeverre het voorstel van het ontwikkelteam zijn bedoelingen voldoende duidelijk weergeven. Op basis hiervan en op basis van haar eigen expertise heeft SLO bij elk van de vier thema's een korte notitie geschreven. Daarin wordt een breder kader geschetst, worden dilemma's beschreven en vaak een of meer uitwerkingsrichtingen geschetst. Dit is uitgevoerd door een SLO-medewerker

die het ontwikkelteam ondersteund heeft.

- Deze discussienotities zijn elk aan een tweetal oud-leden van het ontwikkelteam Rekenen & Wiskunde voorgelegd en door hen van commentaar voorzien.

- Elk van deze notities is vervolgens voorgelegd aan circa tien reken- en wiskunde-experts: leraren, oud-leden van het ontwikkelteam, vertegenwoordigers van de vakverenigingen en andere betrokkenen. In een viertal digitale expertmeetings van anderhalf uur zijn dilemma's en uitwerkingsrichtingen van een thema met deze experts besproken. De notities vormden daarbij de gespreksleidraad. Van elk van de expertmeetings is een verslag gemaakt en aan de deelnemers voorgelegd met de vraag feitelijke onjuistheden te melden. Die zijn vervolgens gecorrigeerd.

- De verslagen van de expertmeetings bij elk van de thema's zijn op hun beurt geanalyseerd. Naar aanleiding daarvan heeft SLO een aantal gespreksonderwerpen onderkend die in meerdere expertmeetings aan bod kwamen en die nader zijn uitgewerkt.

- Het traject is afgesloten met een slotbijeenkomst, waarin deelnemers aan de expertmeeting geïnformeerd zijn over de resultaten van deze nadere verkenning. Dit heeft niet geleid tot aanpassingen van de resultaten, omdat daar de tijd voor ontbrak.

1.4 Leeswijzer

In hoofdstuk 2 wordt een aantal karakteristieken beschreven van de expertmeetings en staan de gespreksverslagen van elk van deze meetings en van de slotbijeenkomst. De resultaten van de analyse en uitwerking door SLO staan in de hoofdstukken 3 tot en met 5. Deze hoofdstukken gaan nader in op de visie van het ontwikkelteam Rekenen & Wiskunde op het leergebied in relatie tot de thema's, over het onderscheid tussen het 'wat' en het 'hoe' en over de kerndoelen voor het primair onderwijs en de onderbouw van het voortgezet onderwijs. In deze hoofdstukken noemt SLO een aantal uitwerkingsrichtingen, die in hoofdstuk 6 gerecapituleerd worden.

2. De expertmeetings

2.1 Inleiding

De expertmeetings kenden een min of meer vergelijkbare opzet. Na een voorstelrondje van de deelnemers gaf een medewerker van SLO een korte inleiding op de inhoud van de discussienotitie en de daarin geschetste dilemma's. Een oud-lid van het ontwikkelteam gaf een toelichting vanuit het perspectief van het ontwikkelteam. Daarna hadden de deelnemers gelegenheid om hun reactie te geven op de geschetste dilemma's en bovendien om zelf discussiepunten aan te dragen.

In dit hoofdstuk staan de verslagen van de vier expertmeetings. Telkens worden de deelnemers en/of hun functie genoemd. Verder staat in elk van de verslagen wat er door de deelnemers te berde is gebracht, veelal gegroepeerd rond een aantal aandachtspunten uit de discussienotitie, die in de loop van de expertmeeting door de deelnemers te berde zijn gebracht. Voor het thema Breuken zijn er twee expertmeetings geweest, waarvan de verslagen hieronder zijn samengevoegd tot één verslag. Dat is ook het geval bij het thema Rekenmachine. Als een standpunt door een beperkt aantal deelnemers onderschreven wordt, is daar in de verslagtekst melding van gemaakt. In de vervolghoofdstukken worden aandachtspunten die breed gedragen worden door de deelnemers aan de expertmeetings in een breder kader geplaatst, geduid en waar nodig van mogelijke uitwerkingsrichtingen voorzien.

Veelzijdigheid deelnemers

In totaal hebben er 44 experts op uitnodiging van SLO aan de bijeenkomsten deelgenomen. De deelnemers aan de expertmeetings hebben een diverse achtergrond. Er zijn wetenschappers, leraren, lerarenopleiders, vertegenwoordigers van vakverenigingen, vertegenwoordigers van belangenorganisaties en oud-leden van het ontwikkelteam. Het streven was een brede vertegenwoordiging van de diversiteit van meningen en standpunten over reken- en wiskundeonderwijs in Nederland. Vanuit hun eigen achtergrond en onderzoeks- en praktijkervaring hebben ze deelgenomen aan de expertmeetings. Er zijn leraren bij die op een bepaald thema telkens tegen bepaalde leerproblemen aan lopen. Twee onderzoekers zijn gepromoveerd op onderwijs over breuken en hebben op basis hiervan aan de betreffende meeting bijgedragen. Vertegenwoordigers van vakverenigingen hebben onder andere hun zorgen over studielasturen ingebracht. Andere deelnemers hebben op hun beurt kanttekeningen geplaatst bij het voorstel van het ontwikkelteam en het verloop van het proces. Kortom, de expertmeetings zijn bezocht door een veelzijdig palet van deelnemers. Twee van de genodigden waren niet bereid de expertmeetings bij te wonen, omdat ze van mening waren dat het voorstel van het ontwikkelteam onvoldoende basis vormt om op voort te bouwen.

Sfeer

Die veelzijdigheid is naar het oordeel van SLO in een goede sfeer aan bod gekomen. Mede omdat de expertmeetings als gevolg van de coronacrisis digitaal hebben plaatsgevonden, verliepen ze gestructureerd. Deelnemers konden aangeven dat ze iets wilden inbrengen en moesten vervolgens op hun beurt wachten, waardoor de mate waarin deelnemers op elkaar reageerden beperkt was. Als gevolg hiervan is veel ruimte geweest voor het inbrengen van verschillende perspectieven, maar kon de dialoog om te

komen tot consensus slechts beperkt gevoerd worden. De deelnemers toonden respect voor elkaars inbreng en de gesprekken verliepen in een constructieve sfeer.

2.2 Verslag van de expertmeeting Breuken

Inleiding

In de discussienotitie wordt beschreven waar in het voorstel van het ontwikkelteam breuken genoemd worden. Dat blijkt in vier van de negentien bouwstenen het geval te zijn. In een vijfde bouwsteen wordt nadrukkelijk een toepassingsmogelijkheid genoemd. In de toelichting op het voorstel van het ontwikkelteam geeft het team een beschrijving van hoe een leerlijn breuken van primair naar voortgezet onderwijs volgens hem er uit zou kunnen zien. Vervolgens worden verschillende aspecten van het onderwijs in breuken beschreven aan de hand van het zogenoemde hoofdlijnenmodel, waarin een viertal vormen van beheersing van rekenwiskundige inhoud staan: begripsvorming, procedureontwikkeling, automatiseren/memoriseren en functioneel gebruiken. In de notitie worden bij elke beheersingsvorm een of meer kwesties genoemd. Dit resulteert in de volgende twee dilemma's:

- Veel leerlingen in het primair onderwijs halen ten aanzien van breuken een beperkt niveau. De begripsvorming is van laag niveau en veel leerlingen doen breukbewerkingen op formeel niveau, zonder dat de procedures verankerd worden in het geheugen.
- Leraren wiskunde in de onderbouw van het voortgezet onderwijs verwachten dat alle leerlingen begrijpen dat breuken getallen zijn en dat zij bewerkingen met breuken op formeel niveau geautomatiseerd kunnen uitvoeren.

Deelnemers

Ebrina Smallegange	Docent wiskunde in het vmbo, rekenspecialist en voorzitter NVvW
Wim Caspers	Docent wiskunde, lerarenopleider TU Delft en bestuurslid NVvW
Claudia Konert	Docent wiskunde vmbo, lid werkgroep vmbo van NVvW
Bronja Versteeg	Rekenadviseur po, auteur lesmethoden, afgevaardigde NVORWO
Kimberly Pijnenburg	Onderwijsadviseur en lid rekenteam bij Onderwijs Maak Je Samen, afgevaardigde NVORWO
José Faarts	Lerarenopleider wiskunde en pabo, lid MT
Lisette Steenbakkers	Oud-lid ontwikkelteam R&W, leerkracht po
Esther van Dooren	Oud-lid ontwikkelteam R&W, rekenspecialist, docent wiskunde vmbo
Lia Jaspers	Oud-lid ontwikkelteam R&W, rekencoördinator en IB'er po
N.N.	Leerkracht en rekenspecialist po Amsterdam ZO
Geeke Bruin-Muurling	Vakdidacticus, uitgever, gepromoveerd op breukenonderwijs
Ronald Keijzer	Lector rekenen-wiskunde, gepromoveerd op breukenonderwijs
Gert Gelderblom	Onderwijsadviseur rekenen & wiskunde
Ria Brandt	SLO, gespreksleider
Marc van Zanten	SLO, inhoudelijke bijdrage
Stanja Oldengarm	SLO, moderator
Victor Schmidt	SLO, verslaglegging

Breuken in het voorstel van het ontwikkelteam Rekenen & Wiskunde

SLO heeft een analyse uitgevoerd van het voorstel dat het ontwikkelteam Rekenen & Wiskunde heeft opgeleverd, inclusief de bijbehorende toelichting. Uit de analyse bleek dat niet alles wat er op de verschillende plekken over breuken is opgeschreven, intern consistent is. Dit geeft ruimte voor verschillende interpretaties van wat het ontwikkelteam nu precies bedoeld heeft. Terugzoeken in tussentijdse producten en verslagen, waarin meer staat dan in de uiteindelijke stukken terecht is gekomen, gaf meer duidelijkheid.

Ten aanzien van het huidige beoogd curriculum – de kerndoelen en het referentiekader – blijkt dat de verschillen tussen de bedoelingen van het ontwikkelteam en de kerndoelen niet groot zijn. Met het referentieniveau 1S is er wel een duidelijk verschil: de bewerkingen vermenigvuldigen en delen op formeel niveau volgens standaardprocedures vallen wel onder het 1S-niveau, maar vallen in het voorstel van het ontwikkelteam onder de leerstof voor het voortgezet onderwijs. Feitelijk zou dit neerkomen op een terugkeer naar de situatie van vóór de invoering van het referentiekader. In dit verband is mogelijk ook van belang dat volgens de Inspectie van het Onderwijs (2020) de resultaten van leerlingen van groep 8 op de eindtoets(en) voor het basisonderwijs al geruime tijd laten zien dat minder dan de helft van deze leerlingen op deze toets op het 1S-niveau presteert.

Toelichting door leden van het ontwikkelteam

De aanwezige leden van het ontwikkelteam lichten toe hoe het voorstel ten aanzien van breuken tot stand is gekomen. Een belangrijke factor die meespeelt, is dat de verschillen tussen leerlingen aan het einde van de basisschool sterk uiteenlopen - leerlingen stromen uit naar het praktijkonderwijs, naar het gymnasium en naar alles wat daartussen zit - én dat er geen gedifferentieerde bouwstenen mochten worden geformuleerd. Wat wel kon (om tegemoet te komen aan verschillen tussen leerlingen) is het zogenoemde zwaluwstaarten, het aan bod laten komen van leerinhoud in zowel het basisonderwijs als het voortgezet onderwijs, om zo een brug te slaan tussen beide onderwijssectoren. Dit is bij breuken toegepast. Alle leerlingen zijn gebaat bij functioneel toepasbare kennis van breuken, maar de leerlingen die uitstromen naar havo en vwo zullen ook op formeel niveau moeten leren handelen en opereren met breuken. Voor beide perspectieven is een stevige begripsbasis nodig, dus dat heeft prioriteit in de bouwstenen voor het basisonderwijs. Bovendien vindt het ontwikkelteam dat er momenteel te weinig aandacht is voor begripsvorming betreffende breuken, en dat daardoor vaak een wankele basis ontstaat voor elk vervolg. Bewerkingen met breuken komen in het voorstel in het basisonderwijs wél aan bod[1], maar dit gaat niet verder dan wat visueel voor te stellen is. In de Toelichting op het voorstel van het ontwikkelteam staat waarom het team deze keuze gemaakt heeft.

Overigens geven de leden van het ontwikkelteam aan dat de strakke gestelde kaders van Curriculum.nu hen heeft beperkt in het denken en (mogen) opschrijven.

[1] In tegenstelling tot wat er in de media bericht is.

Discussie onder de deelnemers van de expertmeeting

In de discussie op de expertmeeting komen de volgende onderwerpen in beeld:

- Begripsvorming;
- Leerlingen die meer aankunnen dan gemiddeld;
- Heldere doelomschrijvingen;
- Het 'hoe' van breukenonderwijs.

Begripsvorming

Er is consensus onder de deelnemers dat in het basisonderwijs begripsvorming ten aanzien van breuken essentieel is. Men is ook van mening dat begripsvorming voorafgaat aan breukrekenen op formeel niveau. Betekenisvolle situaties worden gezien als een basis om te komen tot formele wiskunde. Begripsvorming wordt verder gezien als basis voor álle leerlingen, zowel leerlingen die uitstromen naar het vmbo en het praktijkonderwijs, die vooral te maken krijgen met breuken in functionele situaties, als leerlingen die uitstromen naar havo en vwo, die breukrekenen ook op formeel niveau nodig hebben voor het vervolg van de wiskunde in het vo. Een deelnemer merkt op dat het omgaan met de grote verschillen in de bovenbouw van de basisschool veel van de leraar vraagt.

Meningsverschillen treden op ten aanzien van de tijd die begripsvorming vergt. Zo vraagt een deelnemer zich af of begripsvorming de gehele basisschoolperiode in beslag moet nemen. Een andere deelnemer geeft aan in het voortgezet onderwijs ook nog aan breukbegrip te werken. Gevraagd wordt of zou kunnen worden opgeschreven waarom leerlingen meer tijd voor begripsvorming nodig hebben. Een deelnemer zegt dat dit zo is doordat breuken de eerste formele en abstracte wiskunde vormen waar leerlingen in het basisonderwijs mee in aanraking komen.

Verder wordt naar voren gebracht dat begripsvorming en procedureontwikkeling niet per se chronologisch gescheiden (hoeven te) zijn. Een deelnemer stelt dat begrip en formeel rekenen hand in hand gaan en dat abstracte breuken in het basisonderwijs op een niet-geforceerde manier moeten worden vermeden. Er zou bijvoorbeeld formeel kunnen worden gerekend met eenvoudige breuken (breuken met noemers als 2, 4, 5 en 6).

Leerlingen die meer aankunnen dan gemiddeld

Naast dat begrip voor alle leerlingen als basis wordt gezien, wordt er ook op gewezen dat sommige leerlingen al op de basisschool meer aankunnen dan gemiddeld. In dit verband wordt genoemd dat voor potentiële havo- en vwo-leerlingen kennismaking met breukbewerkingen op formeel niveau relevant is. Ook wordt genoemd dat het formele, abstracte niveau ook een uitdaging kan vormen als het gaat om begripsvorming. Hier wordt door een andere deelnemer aan toegevoegd dat van concreet naar formeel niveau niet altijd overeenkomt met van laag tot hoog niveau. Ook op concreet én hoog niveau kan aan verdergaande begripsvorming worden gewerkt.

Enkele deelnemers pleiten voor doelen en aanbod gedifferentieerd naar handelingsniveaus, abstractieniveaus, of in termen van het referentiekader (1F-doelen en 1S-doelen). Daar wordt tegenin gebracht dat daarmee leerlingen al in het basisonderwijs worden voorgesorteerd naar uitstroomniveau. Eén deelnemer stelt het scherp: in het basisonderwijs moet ofwel eerder worden begonnen met breuken, ofwel er moeten geen breukbewerkingen op formeel niveau worden aangeboden. Maar in het laatste geval zou wel moeten worden nagedacht over wat er in het vo dan uit het curriculum weg kan. Ten slotte wijst een deelnemer erop dat je je kunt afvragen wat mogelijk is in de huidige setting waarin veel belemmerende factoren spelen, zoals meerdere leerjaren in één groep, het lerarentekort en de inzet van onbevoegde en wisselende (inval)leraren, en

leraren die didactisch minder sterk zijn of zelf nog moeite hebben met breukrekenen. Leraren in het voortgezet onderwijs zijn vakspecialisten en zijn daarmee beter toegerust om formeel breukenonderwijs te geven. Maar ook daar zijn omstandigheden om rekening mee te houden: één enkel hoofdstuk in de methode is niet genoeg en bovendien wordt daarin nu te weinig aandacht besteed aan breukbegrip en te snel overgestapt op formeel rekenen. Er zou meer tijd aan breuken moeten worden besteed en niet alleen in de brugklas. Dit geldt met name, maar niet alleen, voor het vmbo.

Heldere doelomschrijvingen

Er is consensus onder de deelnemers over de doelen voor breuken. Die moeten zo scherp, concreet en duidelijk mogelijk worden geformuleerd, maar tegelijkertijd moet een te hoge mate van detaillering worden vermeden. Ook wordt aangegeven dat het duidelijk moet zijn of het gaat om aanbodsdoelen of beheersingsdoelen.

Concrete doelformulering is nodig ten aanzien van kennis en vaardigheden, zoals welke procedures moet worden geleerd, vooral betreffende begripsvorming van het concept breuk en de daarbij behorende begrippen. Geopperd wordt om hiervoor het model van het wiskundeweb als voorbeeld te nemen. Dit idee wordt door de deelnemers omarmd. In de loop van het gesprek brengen deelnemers verschillende aspecten van breuken en breukbegrip naar voren, die een plek zouden moeten krijgen in de formulering van leerdoelen. Daaronder zijn ook zaken die worden gemist in het voorstel van het ontwikkelteam en/of discussienotitie over breuken. Gepleit wordt om begripsvorming breed op te vatten. Genoemd in dit verband zijn:

- De aandacht op scholen gaat nu veel uit naar optellen en aftrekken van breuken, waar vermenigvuldigen veel nuttiger zou zijn, omdat functioneel gebruik van breuken vooral veel de breuk als factor betreft;
- Om te kunnen rekenen met onbenoemde breuken moet het concept deel-geheel goed worden doorzien; dit verdient dus veel aandacht;
- Het rekenen met stroken is een tussenstap om te kunnen komen tot abstractie;
- Gemist wordt het verkennen van getalsrelaties met hele getallen (bijvoorbeeld het gebruiken van $2 \times 3 = 6$ bij het verdelen van een strook in zes delen, door deze eerst te halveren en daarna elke helft in drieën te verdelen);
- Samenhang tussen breuken, procenten en decimalen wordt eveneens genoemd;
- Bij breuken moet worden opgelet niet te veel te blijven denken in bewerkingen;
- Breuken kunnen vergelijken, op verschillende niveaus van formalisatie, is een (begrips)doel op zich. In dit verband worden ook de begrippen gelijkwaardigheid en gelijknamigheid genoemd (ook al op formeel niveau in het basisonderwijs).

Opmerkingen over het 'hoe'

De discussie beperkt zich niet tot het 'wat' van breukenonderwijs, hoewel de opdracht aan het ontwikkelteam wel was zich daartoe te beperken. Geregeld worden in deze expertmeeting opmerkingen gemaakt over het 'hoe'. Hoewel dit niet het bedoelde onderwerp van het gesprek is, wordt dit volledigheidshalve wel in dit verslag vermeld. Opgemerkt wordt dat het 'hoe' juist bij het onderwerp breuken erg belangrijk is, en dat door te differentiëren naar handelingsniveaus álle leerlingen hogere resultaten kunnen bereiken. Verschillende deelnemers pleiten voor meer ambitie in het basisonderwijs om hogere doelen te bereiken, maar merken daarbij op dat daarvoor wel wat nodig is, bijvoorbeeld meer kennis bij de leraar, die in het basisonderwijs immers geen vakexpert is. Mogelijkheden worden verder bijvoorbeeld gezien in het meer tijd vrijmaken voor breuken, door er eerder mee te beginnen en te zorgen voor voldoende ondersteuning van leraren. Andere opmerkingen betreffen bijvoorbeeld dat er in het basisonderwijs te snel wordt overgestapt naar formele bewerkingsprocedures en dat de gebezigde breukentaal in het basisonderwijs en het voortgezet onderwijs te zeer verschilt. Verder

merkt een deelnemer op dat SLO wel richting kan wijzen, zolang deze niet dwingend wordt opgelegd. De Breukenbode uit de jaren ’90 was daarvan een sterk voorbeeld. Het zou mooi zijn, aldus deze deelnemer, als zulke voorbeelden (weer) meer zouden worden ontwikkeld.

Conclusies

Een van de deelnemers concludeert dat punten uit de discussie – veel aandacht voor begripsvorming in het basisonderwijs, voldoende aandacht voor relaties en samenhang, de mogelijkheid om voor snelle leerlingen in het basisonderwijs te starten met formeel rekenen, en verder formeel rekenen vooral in het vmbo-gt, havo en vwo aan bod te laten komen – al redelijk goed in het voorstel van het ontwikkelteam staan. Een andere deelnemer voegt toe dat men zich sowieso moet afvragen wat het meeste de moeite waard is om te onderwijzen, vooral voor leerlingen die zich langzamer ontwikkelen dan gemiddeld en die naar het vmbo-bb/kb doorstromen.
Voor een mogelijk vervolg, waarbij bouwstenen worden uitgewerkt naar kerndoelen, luiden de conclusies van deze bijeenkomst:

- In het basisonderwijs staat bij breuken begripsvorming centraal. Begripsvorming moet breed worden opgevat;
- De begripsbasis van het concept breuk moet zo scherp, concreet en duidelijk mogelijk worden beschreven, zonder in de valkuil van te vergaande detaillering te stappen. Een mogelijke uitwerking is om naar analogie van het wiskundeweb een specifiek breukenweb te ontwikkelen;
- Doelen voor breuken moeten zo helder mogelijk worden geformuleerd (scherp, concreet, duidelijk, zonder detaillering);
- Als formeel breukrekenen niet in het basisonderwijs aan bod komt, maar in het geheel in het voortgezet onderwijs, dan zou een voorstel moeten worden gedaan over wat er in het voortgezet onderwijs uit het curriculum kan worden geschrapt;
- Het ‘hoe’ van het onderwijs is bij breuken erg belangrijk, maar viel/valt buiten de scope van het ontwikkelteam en van het ontwikkelen van kerndoelen.

De meningen verschilden in deze bijeenkomst ten aanzien van:

- De tijd die begripsvorming bij breuken vergt.
- De (chronologische) scheiding tussen begripsvorming en procedureontwikkeling, of dat begrip en formeel rekenen hand in hand gaan.
- Of doelen voor breuken in het basisonderwijs gedifferentieerd zouden moeten zijn.

2.3 Verslag van de expertmeeting Rekenmachine

Inleiding

Ter voorbereiding op deze expertmeeting heeft SLO een korte notitie geschreven. Deze notitie bevat de context waarin de rekenmachine gebruikt wordt, geeft aan dat je het voorstel van het ontwikkelteam kunt lezen en interpreteren vanuit verschillende perspectieven met interpretatieverschillen als gevolg, schetst de bedoeling van het ontwikkelteam en legt een verband met de visie van het ontwikkelteam. SLO legt in de notitie de deelnemers aan de expertmeeting de volgende vragen voor:

1. In hoeverre sluiten het voorstel van het ontwikkelteam over de rekenmachine aan bij de drie genoemde uitgangspunten[2] van het ontwikkelteam in de visie?

[2] (1) Alle leerlingen dienen zich op hun eigen niveau te bekwamen in het functioneel gebruik van wiskunde; (2) Alle leerlingen dienen de formele wiskunde te beheersen die nodig is om het bovenstaande te realiseren; (3) Leerlingen

2. Verduidelijkt de notitie de bedoeling van het gebruik van ICT zoals het ontwikkelteam voor ogen heeft?

Deelnemers

Marjan Botke	Wiskundedocent gymnasium Rotterdam en voorzitter werkgroep havo/vwo NVvW
Jelle Brandsma	Docent rekenen-wiskunde Pabo Stenden Hogeschool Leeuwarden
Sabine Brugman	Oud-lid ontwikkelteam Rekenen & Wiskunde, docent po groepen 4, 5 en 6 met specialisatie rekenen
Gert de Kleuver	Lid vernieuwingscommissie wiskunde vmbo en penningmeester NVvW
Jenneken van der Mark	Voorzitter NVORWO
Maarten Müller	Oud- lid ontwikkelteam Rekenen & Wiskunde en wiskundedocent bovenbouw havo/vwo
Martin van Reeuwijk	CvTE, betrokken bij rekentoets, staatsexamens en welke functionaliteiten op rekenmachines toegestaan zijn bij examens
Gerrit Roorda	Vakdidacticus eerstegraads lerarenopleiding wiskunde aan de RU Groningen en de Noordelijke Hogeschool Leeuwarden
Ebrina Smallegange	Docent wiskunde en rekenen vmbo, lid vernieuwingscommissie wiskunde vmbo en voorzitter NVvW
Eline Kijk in de Vegte	Onderwijsregisseur en voorzitter netwerk rekencoördinatoren scholengroep OOZ voor primair onderwijs te Zwolle
Ria Brandt	SLO, gespreksleider
Petra Hendrikse	SLO, inhoudelijke bijdrage
Stanja Oldengarm	SLO, toehoorder
Victor Schmidt	SLO, verslaglegging

De deelnemers aan deze expertmeeting vertegenwoordigen verschillende perspectieven en invalshoeken. Hieronder staat een schets van deze veelzijdigheid.

- Deelnemers die veel tijd in het primair onderwijs zien opgaan aan het oefenen van formele procedures en die tijd liever zouden inzetten voor begripsvorming. Maar ook deelnemers die zien dat er in het primair onderwijs leerlingen zijn die behoefte hebben aan formele wiskunde en (straks) daarvoor parate kennis nodig hebben en formele procedures moeten beheersen. In het verlengde daarvan deelnemers die te maken hebben met studenten die in het verleden weinig formeel onderwijs hebben genoten, maar voor hun huidige opleiding wel in grotere mate formele wiskunde zullen moeten beheersen (pabo).
- Deelnemers die het belangrijk vinden dat iedereen zoveel mogelijk in de reken-wiskundeles mee kan doen en de inzet van de rekenmachine als een belangrijke bijdrage daaraan zien. Daarnaast ook deelnemers die begrip van de leerstofinhoud waarbij de rekenmachine ingezet wordt, noodzakelijk achten om de verkregen uitkomsten goed te kunnen interpreteren. Tot slot deelnemers die willen dat leerlingen goed weten wat ze aan het doen zijn als ze ervoor kiezen om de rekenmachine in te zetten, en kritisch afwegen of de inzet van de

---

die meer formele wiskunde aankunnen, dienen in de gelegenheid gesteld te worden om zich hierin verder te bekwamen. Zie verder hoofdstuk 3 van dit document.

rekenmachine wenselijk is. Genoemd wordt dat het belangrijk is dat leerlingen de rekenmachine goed leren hanteren.

- Deelnemers die de mogelijkheden van de rekenmachine zeer kansrijk vinden (en de huidige voorstellen graag vernieuwender zouden zien) en deze volop zouden willen benutten ten behoeve van leerlingen die op verschillende manieren leren. Deelnemers die het onderwijs graag laten voorbereiden op wat naar verwachting in de toekomst een grote rol in het leven van leerlingen zal gaan spelen, in dit geval technologie. Deelnemers die de kracht van de rekenmachine zien in het mogelijk maken om uitkomsten te gebruiken die leerlingen zelf niet zouden kunnen berekenen, maar die wel nodig zijn om aan een ander leerdoel te kunnen werken. Daarnaast deelnemers die zien dat het niet mogen gebruiken van de rekenmachine bij de Cito-eindtoets er op veel basisscholen toe leidt dat er geringe aandacht voor de rekenmachine is.

De rekenmachine in het voorstel van het ontwikkelteam Rekenen & Wiskunde

Over de rekenmachine sec heeft het ontwikkelteam geen uitgesproken visie geformuleerd. In de bouwstenen wordt rekenmachinegebruik vermeld vanaf de bovenbouw van het primair onderwijs. Gebruik van ICT in het algemeen is daarentegen een van de speerpunten van het ontwikkelteam. De Grote opdracht Gereedschap en technologie gebruiken geeft daar blijk van. Daarbij gaat het niet alleen om het doordacht en verantwoord gebruik van technologie; het ontwikkelteam beschouwt technologie ook als toepassingsdomein voor wiskunde. Leerlingen leren de wiskunde achter de technologie die ze (dagelijks) gebruiken.

Het ontwikkelteam ziet de volgende voordelen van het gebruik van ICT-hulpmiddelen in het leergebied Rekenen & Wiskunde:

- Hulpmiddelen kunnen ingezet worden als ondersteuning, zodat leerlingen niet eindeloos blijven hangen in het oefenen van vaardigheden. Met andere woorden: je kunt ook toekomen aan alle denk- en werkwijzen als je nog niet de vaardigheden onder de knie hebt. Dat is in het bijzonder een voordeel voor zwakke rekenaars.
- Hulpmiddelen kunnen ingezet worden om conceptuele zaken naar voren te schuiven, zodat ze bij rekenen en wiskunde eerder behandeld kunnen worden dan in andere vakken. Concreet voorbeeld is dat leerlingen met ICT hellinggrafieken kunnen schetsen en hierover kunnen redeneren, zonder dat ze al functies hoeven te kunnen differentiëren.

Dit betekent niet dat het ontwikkelteam vindt dat ICT alles zou moeten vervangen wat er maar te vervangen valt. In de visie staat duidelijk genoemd dat beheersing van formele wiskunde nodig is en dat basiskennis- en vaardigheden onderhouden moeten worden.

Discussie onder de deelnemers aan de expertmeeting

Tijdens de discussie komen de volgende onderwerpen in beeld:

- Het gebruik van de rekenmachine in het onderwijs;
- Of leerlingen nog moeten kunnen rekenen zonder rekenmachine.

Gebruik van de rekenmachine

Alle deelnemers aan de meeting zijn voorstander van het gebruik van de rekenmachine in hun eigen onderwijssector. Zo goed als alle leerlingen beschikken over een telefoon met rekenmachine. De veelzijdigheid van de deelnemers komt tot uiting wanneer omschreven wordt op welke momenten, voor welke doelen en voor welke leerlingen de inzet van de rekenmachine wenselijk is en welke vormen van rekenmachines goed inzetbaar zijn. In het primair onderwijs is de rekenmachine niet prominent aanwezig. In

het algemeen voelen leerkrachten in het primair onderwijs het belang ervan minder dan hun collega's in het voortgezet onderwijs. Bij de eindtoets van Cito is gebruik van de rekenmachine niet toegestaan. Daardoor lijkt dit onderwerp voor het primair onderwijs niet zo van belang.
Functies van de inzet van de rekenmachine die genoemd worden, zijn het gebruik van de rekenmachine als een stuk gereedschap dat rekenwerk voor je doet zonder dat je hoeft te weten hoe de procedure precies in zijn werk gaat, een antwoord controleren en onderzoek doen naar getallen en bewerkingen. Antwoorden controleren is wel een heel beperkte gebruiksmogelijkheid, maar prima voor jonge kinderen, zo wordt ingebracht. Deelnemers noemen het gebruik van de rekenmachine als een manier om het rekenwerk te verlichten en de onderwijstijd die als gevolg daarvan overblijft te kunnen gebruiken voor andere dingen, zoals meer aandacht voor begripsvorming en procedureontwikkeling of het verwerven van denk- en werkwijzen zoals probleemoplossen. Een van de deelnemers merkt op: "Je kunt differentiëren onder leerlingen, maar waak ervoor om leerlingen op achterstand denk- en werkwijzen te onthouden."
Volgens sommige deelnemers is de essentie dat leerlingen moeten leren goed met de rekenmachine te werken. Denk daarbij aan:

- De rekenmachine kunnen bedienen;
- Weten welke berekeningen je moet doen;
- Een uitkomst op de display interpreteren en eventueel nabewerken.

Een aantal deelnemers vindt dat in het onderwijs het potentieel van het gebruik van ICT in het algemeen en de rekenmachine in het bijzonder sterker benut zou kunnen worden.

Moeten leerlingen nog rekenen zonder rekenmachine?
Er is brede overeenstemming onder de deelnemers over het feit dat leerlingen moeten kunnen rekenen zonder rekenmachine. Om goed met de rekenmachine te kunnen werken moeten leerlingen de betekenis van bewerkingen begrijpen. Ze moeten kunnen reflecteren op wat ze met de rekenmachine berekend hebben en waarom ze bepaalde berekeningen gedaan hebben. Ze moeten er zich ook van bewust zijn dat sommige rekenmachines niet de regels van de volgorde van bewerkingen volgen. De rekenmachine verlicht het rekenen, maar vervangt het niet.

Conclusies
De deelnemers aan de expertmeeting zijn het grotendeels eens over het volgende.
- Beperk je in deze nadere verkenning tot de rekenmachine en laat ICT in brede zin buiten beschouwing.
- Houd wat je schrijft over ICT zo klein mogelijk, mede omdat ICT zo snel verandert.
- De rekenmachine maakt het zelf kunnen rekenen niet overbodig.
- Maak onderscheid tussen het 'hoe' en het 'wat' en beperk de kerndoelen en eindtermen tot het 'wat'. Beschrijf het 'wat' in leerdoelen en maak daarbij duidelijk welke parate kennis aanwezig moet zijn en wat er zonder rekenmachine berekend moet kunnen worden.
- Probeer aan de politiek duidelijk te maken dat veel discussie over de rekenmachine te maken heeft met het 'hoe' en niet met het 'wat'.

2.4 Verslag van de expertmeeting Samenhang

Inleiding

In de discussienota van SLO worden enkele achtergronden over samenhang geschetst, zoals het verschil tussen integratie en afstemming, de aard van afstemmingsrelaties tussen leergebieden en de rol van mondiale thema's en brede vaardigheden. Naar aanleiding hiervan legt SLO de deelnemers aan deze expertmeeting de volgende vragen voor:

1. Waar leren leerlingen toepassingsvaardigheden?
2. Wat leg je in een landelijk curriculum vast over samenhang?

Deelnemers

Afke Bunskoeke	Stafmedewerker Onderwijs & Kwaliteit, bestuurslid NVORWO
Esther van Dooren	Oud-lid ontwikkelteam en vmbo-docent wiskunde en rekenen
Wim van de Hulst	Wiskundedocent en betrokken bij wiskundeonderwijs
Vincent Jonker	Coördinator platform Rekenbewust Vakonderwijs
Peter Kop	Lerarenopleider RU Leiden en wiskundedocent
Jörgen van Remoortere	Docent wiskunde en bestuurslid NVvW
Lotte Schouten	Oud-lid ontwikkelteam en locatieleider po-school
Merijn Smit	Docent wiskunde en lid werkgroep havo/vwo NVvW
Michiel Veldhuis	Docent-onderzoeker pabo en secretaris NVORWO
Hans de Vries	Thematrekker Samenhang bij SLO
Ria Brandt	SLO, gespreksleider
Stanja Oldengarm	SLO, moderator
Victor Schmidt	SLO, inhoudelijke bijdrage
Marc van Zanten	SLO, verslaglegging

Enkele deelnemers vinden het jammer dat er aan deze expertmeeting, op één uitzondering na, uitsluitend specialisten uit het leergebied Rekenen & Wiskunde deelnemen.

Samenhang in het voorstel van het ontwikkelteam Rekenen & Wiskunde

Het ontwikkelteam schrijft in de Toelichting op zijn voorstel over samenhang met andere leergebieden het volgende: "De leergebieden leveren aan Rekenen & Wiskunde concepten uit hun leergebied, zoals 'energie' of 'macht', die voor Rekenen & Wiskunde contexten vormen. Ons leergebied levert omgekeerd reken- en wiskundig instrumentarium aan andere leergebieden. Op deze wijze krijgt reken- en wiskundebewust onderwijs vorm en krijgt ons leergebied meer betekenis voor de leerlingen dan nu het geval is. (…) Uitgangspunt daarbij is dat leerlingen reken- en wiskundige kennis en toepassingsvaardigheid verwerven in het leergebied Rekenen & Wiskunde en die gebruiken in andere leergebieden. Het verdient de voorkeur dat leergebieden daarbij de verantwoordelijkheid nemen om rekenen en wiskunde op dezelfde manier te gebruiken als leerlingen dat geleerd hebben bij rekenen en wiskunde. De curricula van zowel de andere leergebieden als die van Rekenen & Wiskunde bieden ruimte voor toepassing van rekenen en wiskunde."
Over rekenbewust vakonderwijs schrijft het ontwikkelteam in zijn voorstel het volgende: "Het ontwikkelteam ondersteunt de gedachte dat rekenen en wiskunde een plaats verdient in andere leergebieden. Zij beveelt scholen aan dit reken- en wiskundebewust

vakonderwijs nader vorm te geven. Het is daarbij belangrijk dat er afstemming plaatsvindt tussen het leergebied Rekenen & Wiskunde, waar leerinhoud wordt aangeleerd en geoefend, en de overige leergebieden waarbij gerekend wordt. Zij beveelt verder aan in de reken- en wiskundeles toepassingssituaties te betrekken uit andere leergebieden."

Discussie onder de deelnemers aan de expertmeeting

Tijdens de discussie over het thema Samenhang komen de volgende onderwerpen in beeld:

- Perspectieven;
- Een meer conceptuele beschrijving van het leergebied;
- Wiskunde leren en toepassen;
- Reductie van overladenheid;
- Wat wel en wat niet past in het formele curriculum.

Perspectieven

Een manier om samenhang in het curriculum te realiseren is een perspectiefgerichte benadering van een bepaald thema of bepaalde context. Voorbeeld: de coronacrisis kun je vanuit de wiskunde benaderen door te kijken naar cijfers over ziekenhuisopnamen en besmettingscoëfficiënten, vanuit de economie door te kijken naar economische gevolgen, vanuit de biologie door te kijken naar hoe besmetting door middel van virussen werkt, enzovoorts. Samenhang kun je daar vinden waar de raakvlakken tussen leergebieden zitten. Wat betekenen die raakvlakken volgens experts uit verschillende leergebieden, bijvoorbeeld wiskunde en biologie? Deze invalshoek is in de expertmeeting niet verder uitgediept.

Een meer conceptuele beschrijving

Enkele deelnemers pleiten ervoor om een meer conceptuele beschrijving van het leergebied te geven. Bijvoorbeeld dat wiskunde in feite een taal is om situaties mee te beschrijven en daarmee voor leerlingen net zo toegankelijk zou moeten zijn als Nederlands. Of door een aantal fundamentele aspecten van wiskundige concepten te omschrijven. Fundamentele aspecten van verbanden zijn bijvoorbeeld: variabelen, representaties, typen, effecten van verandering. De gedachte hierbij is dat je aan de hand van zo'n beschrijving makkelijker in gesprek gaat met andere leergebieden dan aan de hand van lijstjes met kennis en vaardigheden. Zolang we blijven bij lijstjes met kennis en vaardigheden, zo stellen deze deelnemers, komen we niet tot de kern van het vak. Als wij het al lastig vinden, merkt een deelnemer op, dan hebben scholen het er nog moeilijker mee. Landelijk moeten er volgens deze deelnemers een beperkt aantal zaken worden vastgelegd, waaronder overkoepelende thema's waaraan verschillende leergebieden vanuit hun eigen perspectief een bijdrage leveren.

Wiskunde leren en toepassen

In het voorstel van het ontwikkelteam wordt een beeld geschetst waarbij rekenen en wiskunde geleerd worden in het leergebied Rekenen & Wiskunde en toegepast wordt in andere leergebieden. In de SLO-notitie wordt gesteld dat leerlingen daartoe toepassingsvaardigheden moeten verwerven, zoals in de denk- en werkwijzen probleemoplossen en modelleren beschreven wordt. De deelnemers kunnen hier mee instemmen, maar enkelen van hen merken hierbij tevens het volgende op:

- Maak het onderscheid tussen leren en toepassen niet al te strikt en zet leren en toepassen niet te veel tegen elkaar af. Anders lijkt het of Rekenen & Wiskunde ondergeschikt is aan andere leergebieden, terwijl samenhang meer gelijkwaardigheid behelst. Toepassen kan ook bijdragen aan het leren van rekenen en wiskunde, bijvoorbeeld door betekenis te verlenen en verdieping te

bieden aan wat leerlingen van rekenen en wiskunde leren.

- Wiskundige denk- en werkwijzen kun je niet leren zonder wiskundige kennis en zonder context. Het verdient aanbeveling verbanden tussen wiskundige kennis en wiskundige denk- en werkwijzen in de kerndoelen te beschrijven. Zie bijvoorbeeld hoe dat in de examensyllabi wiskunde in de bovenbouw havo/vwo gedaan is.

- Het heeft meerwaarde om toepassingsvaardigheden zowel bij Rekenen & Wiskunde als in andere leergebieden te leren. Elk leergebied heeft zijn eigen perspectief.

- Het valt op dat de samenhang tussen Rekenen & Wiskunde en andere leergebieden bij Curriculum.nu beperkt is. Dat had meer uitgewerkt kunnen worden, maar volgens het ontwikkelteam ontbraken daarvoor de tijd en de mogelijkheden. De wens van de deelnemers is om een vorm te zoeken om over samenhang toch iets op te schrijven, maar niet noodzakelijk als onderdeel van het landelijk curriculum.

- Rekenen & Wiskunde heeft andere leergebieden nodig en omgekeerd.

Reductie van overladenheid

Door samenhang in het curriculum te onderzoeken kunnen dubbelingen onderkend en mogelijk verwijderd worden. Op deze wijze zou overladenheid in het curriculum teruggebracht kunnen worden. Deze invalshoek is in de discussienotitie van SLO vermeld met de opmerking dat daarvan in het leergebied Rekenen & Wiskunde betrekkelijk weinig sprake is. Hierover is in de expertmeeting niet gesproken. Een enkele deelnemer meent dat de wijze waarop het ontwikkelteam zich samenhang met andere leergebieden voorstelt, niet leidt tot een reductie van overladenheid.

Wat wel en wat niet in het formele curriculum

Een groot deel van de expertmeeting gaat over de vraag wat je over samenhang beschrijft dan wel voorschrijft, en waar. Deelnemers zijn het er in meerderheid over eens dat de overheid samenhang tussen leergebieden niet in landelijke regelgeving moet afdwingen. Over welke rol de overheid wel zou moeten vervullen in het kader van samenhang zijn de meningen van de deelnemers verdeeld. Samenhang tussen leergebieden op scholen gaat niet vanzelf en vergt een cultuuromslag. Daarom zou de overheid juist genoeg ruimte aan scholen moeten bieden om te onderzoeken wat er bij hen voor mogelijkheden zijn. De meerderheid van de deelnemers is er voorstander van dat er landelijk stimulansen, suggesties en handreikingen zouden uitgaan naar scholen in plaats van het geheel aan de scholen over te laten of en hoe ze samenhang vormgeven. Een enkele deelnemer vraagt ervoor te waken dat je als overheid te veel invult. Een voorbeeld daarvan zijn in zijn ogen de mondiale thema's. Je zou je als overheid moeten beperken tot de kernpunten. Mogelijk kun je kerndoelen en eindtermen gebruiken om het gesprek op scholen op gang te brengen. In dit kader is het volgende verder opgemerkt:

- Probeer niet alles in één curriculumdocument te zetten. Je kunt beter een aantal parallelle documenten naast het curriculumdocument uitbrengen;
- Maak het niet te groot. Beperk de ambities ten aanzien van samenhang;
- Je zou kleinere afstemmingsafspraken landelijk kunnen vastleggen, mogelijk alleen exemplarisch;
- Het wiskundeweb kan een rol spelen in de relatie met brede vaardigheden;
- Noem een aantal aanknopingspunten tussen Rekenen & Wiskunde en andere leergebieden;

- Betracht geduld. Kijk bijvoorbeeld naar taalbewust vakonderwijs. Dat loopt ook al jaren. Er ontstaat in de loop van de tijd een bepaalde onderstroom van gedachten en visies over (de noodzaak van) samenhang.

Conclusies

Een substantieel aantal deelnemers is geen voorstander van afgedwongen samenhang tussen leergebieden en vindt het wenselijk om naast het formele curriculum instrumenten van verschillende aard te ontwikkelen, die tot doel hebben samenhang tussen leergebieden op scholen te stimuleren. Eén van deze instrumenten zou een meer conceptuele beschrijving van het leergebied Rekenen & Wiskunde kunnen zijn, aan de hand waarvan leraren uit verschillende leergebieden het gesprek kunnen aangaan met leraren rekenen en wiskunde. Op deze wijze wordt invulling van samenhang niet volledig aan scholen overgelaten, maar gaat er een stimulans van het overheidsbeleid uit, waarmee de overheid zich uitspreekt over de wenselijkheid van samenhang.

2.5 Verslag van de expertmeeting Bovenbouw havo/vwo

Inleiding

Doelstelling van de nadere verkenning voor de bovenbouw havo/vwo is om te onderzoeken of de uitgewerkte suggestie van NVvW en PWN voor een andere inrichting van de wiskundevakken in de bovenbouw van havo en vwo een basis is om de minister te adviseren dit verder uit te laten werken. Daarbij merken de opstellers van deze suggestie, die voor een deel de expertmeeting bijwonen, dat ze niet 'in beton gegoten is'. In de discussienotitie van SLO wordt de voorgestelde suggestie nader beschreven en tegen de huidige examenprofielen in havo en vwo gehouden. Dilemma's uit de notitie luiden:

1. In hoeverre vormt de uitgewerkte suggestie van NVvW en PWN een goed uitgangspunt voor het vervolgtraject voor de bovenbouw van havo en vwo? Aandachtspunten die hierin meegenomen kunnen worden zijn:
    a. In hoeverre vragen de problemen die NVvW en PWN noemen om een oplossing in het kader van Curriculum.nu? In hoeverre zijn ze oplosbaar in het landelijk curriculum?
    b. In hoeverre is de uitgewerkte suggestie van NVvW en PWN een adequate oplossing van de genoemde problemen?
    c. In hoeverre zijn de aanbevelingen van het ontwikkelteam over de bovenbouw van havo en vwo te verenigen met de uitgewerkte suggestie van de NVvW en PWN?
2. Hoe wordt geborgd dat rekenen afdoende aan bod komt in de bovenbouw van havo en vwo?

Deelnemers

Theo van den Boogaart	Lerarenopleider Hogeschool Utrecht en voormalig lid projectteam cTWO
Marja Bos	Gepensioneerd wiskundedocent, voormalig schooldecaan en voormalig lid cTWO
Wim Caspers	Wiskundedocent VO en TU Delft, lid onderwijscommissie PWN en bestuurslid NVvW
Michiel Doorman	Medewerker Freudenthal Instituut Universiteit Utrecht en bestuurslid NVvW
Paul Drijvers	Hoogleraar wiskundedidactiek Universiteit Utrecht en voormalig lid cTWO
Marco 't Hoff	Oud-lid ontwikkelteam Rekenen & Wiskunde en wiskundedocent VO

Maarten Müller	Oud-lid ontwikkelteam Rekenen & Wiskunde en wiskundedocent VO
Heleen van der Ree	Beleidsmedewerker NVvW en lid onderwijscommissie PWN
Janny Slagter	Opleidingscoördinator Built Environment Hanzehogeschool Groningen
Hester Vogels	Wiskundedocent VO, lid onderwijscommissie PWN en bestuurslid NVvW
Chris Zeinstra	Universitair docent Universiteit Twente
Ria Brandt	SLO, gespreksleider
Petra Hendrikse	SLO, verslaglegging
Victor Schmidt	SLO, inhoudelijke bijdrage

De uitgewerkte suggestie van NVvW en PWN

De vernieuwingscommissie cTWO die voor havo en vwo de examenprogramma's wiskunde ontwikkeld heeft die sinds 2015 van kracht zijn, heeft in haar eindrapport *Denken en Doen* (cTWO, 2012) een aantal openstaande problemen genoemd. Een aantal daarvan is door de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren (NVvW) en het Platform Wiskunde Nederland (PWN) in het kader van Curriculum.nu op de agenda geplaatst. Het gaat hierom:

1. De dubbelzinnige invulling van wiskunde A, dat zowel een maatschappij- als een natuurprofiel moet bedienen;
2. De kwetsbare positie van de kleine vakken wiskunde C en D;
3. Het havo-vak wiskunde B, dat door bijna geen enkele hbo-opleiding wordt geëist, en
4. Het ontbreken van statistiek in Wiskunde B.

Beide partijen stellen voor de eindtermen van de wiskundevakken te clusteren ten behoeve van de doorstroom naar bepaalde vervolgopleidingen. Als gevolg daarvan ontstaan er drie nieuwe wiskundevakken, zoals die in het onderstaande schema staan. De beoogde inhouden van X, Y en Z staan in het andere schema.

Wiskunde X	culturele of sociale studies of studies in de gezondheidszorg
Wiskunde XY	economische of toegepaste bètastudies
Wiskunde YZ	fundamentelere bètastudies of technische studies

X	informatieverwerking en onzekerheid (combinatoriek, kansrekening, schatten en toetsen, beschrijvende statistiek), aangevuld met onderwerpen uit de discrete wiskunde
Y	algebra, analyse en meetkunde
Z	verdieping in algebra, analyse en meetkunde en een compacte module kansrekening en statistiek

Op deze wijze ontstaat er een losser verband tussen de wiskundevakken en de examenprofielen in de bovenbouw van havo en vwo. Het voorstel is besproken met vertegenwoordigers van 22 vervolgopleidingen met de volgende conclusie: 'Wij mogen concluderen dat ons voorstel voor de herinrichting van wiskunde in de bovenbouw van

havo en vwo valide is. Ook is het een verbetering van de huidige situatie, door de brede opname van statistiek, het gerichter aanbieden van algebra en analyse, en het uniformiseren van de voorkennis die van startende studenten verwacht kan worden.' (PWN-Commissie Onderwijs, 2020, p. 2).
Het ontwikkelteam Rekenen & Wiskunde heeft over dit voorstel in zijn aanbevelingen voor de bovenbouw het volgende geschreven: 'Het uitgangspunt van de NVvW om de koppeling tussen de wiskundevakken en de huidige profielen, zoals wiskunde C voor het profiel Cultuur en Maatschappij, los te laten, is interessant. Het ontwikkelteam beveelt aan om naast een basiscurriculum wiskunde de inhoud van de wiskundevarianten in de bovenbouw meer af te stemmen op andere leergebieden en vakken" (Curriculum.nu, 2019, p. 76). Over een basiscurriculum wiskunde zegt het ontwikkelteam: 'Richt op havo en vwo voor alle leerlingen een basiscurriculum wiskunde in (…).' (ibid.)

Discussie onder de deelnemers van de expertmeeting

De problemen 1, 2 en 4 kun je met een curriculumherziening oplossen. De deelnemers onderschrijven deze problemen en de noodzaak hiervoor oplossingen te bedenken. Naar aanleiding hiervan komen de volgende bespreekpunten in beeld:

- De noodzaak voor een stelselwijziging;
- Het aantal wiskundevakken in de bovenbouw havo en vwo;
- Een basiscurriculum in de bovenbouw havo en vwo;
- Kwalificatie en andere doelen van het onderwijs;
- Het aantal lesuren wiskunde in de bovenbouw van havo en vwo;
- De rol van rekenen in de bovenbouw van havo en vwo.

Een aantal deelnemers plaatst daarnaast een aantal specifieke kanttekeningen bij de suggestie van NVvW en PWN.
Probleem 3 ligt meer op het bord van het hbo. Daarover worden door een aantal deelnemers eveneens enkele opmerkingen gemaakt.

Stelselwijziging

De deelnemers onderschrijven de stellingname dat voor een oplossing van deze problemen de vier huidige wiskundevakken niet voldoen en dat een stelselwijziging noodzakelijk is. Ook de VO-raad zou volgens NVvW en PWN van mening zijn dat vier wiskundevakken te veel is. Het is ten tijde van de expertmeeting onbekend in hoeverre het Ministerie van OCW bereid is om een stelselwijziging in overweging te nemen, de kernvakkenregel aan te passen of andere wijzigingen toe te staan. Zowel cTWO als het ontwikkelteam van Curriculum.nu hadden de strikte opdracht binnen het stelsel te blijven. Toch is de indruk van PWN dat het nu de tijd is de handelen c.q. ervoor te lobbyen om de vier huidige wiskundevakken te vervangen door iets anders.

Twee of drie wiskundevakken

De deelnemers onderschrijven de wens om over verschillende voorstellen te kunnen discussiëren. En bovendien om dat te doen met een brede groep van betrokkenen, onder wie wiskundedocenten in het voortgezet onderwijs. De suggestie van NVvW en PWN gaat uit van drie wiskundevakken. Een alternatief voorstel, genoemd in het eindrapport *Denken en doen* van cTWO, kent twee wiskundevakken: een A- en een B-variant.

De discussie spitst zich toe op twee of drie wiskundevakken. Onderstaande argumenten worden daarbij uitgewisseld.

- Bij drie wiskundevakken vindt er te vroeg voorsortering van leerlingen plaats. Hetzelfde zou gelden bij het kiezen van een examenprofiel.

- Bij twee wiskundevakken is het niet goed mogelijk nuances in de vakken aan te brengen en goed door te stromen naar een vervolgopleiding. Met name in de maatschappijprofielen zouden te veel verschillende vervolgopleidingen bediend moeten worden in één vak.
- Als er twee wiskundevakken zijn, worden ze voor sommige leerlingen te zwaar. Voor bijvoorbeeld leerlingen die doorstromen naar een bètaopleiding met relatief weinig wiskunde is de volle breedte van wiskunde B veelal te moeilijk. Daar staat tegenover dat het mogelijk is om met een (gecompenseerde) onvoldoende voor een wiskundevak toch je diploma te halen. Maar omdat wiskunde deel uitmaakt van de kernvakkenregel, kan die onvoldoende niet al te laag zijn.

In dit kader is het goed om ook terug te blikken naar hoe de wiskundevakken in het verleden ingericht waren, waarom dat zo was en waarom het anders moest.

Basiscurriculum

Het ontwikkelteam van Curriculum.nu heeft voorgesteld om voor alle leerlingen in de bovenbouw een basiscurriculum wiskunde verplicht te stellen. Dit naar analogie van het vmbo. Bij een tweevakkenvariant zou het gemeenschappelijke van beide vakken het basiscurriculum kunnen vormen. In de drie vakkenvariant zou het curriculum van wiskunde X wellicht geschikt zijn als basiscurriculum. Eén van de deelnemers noemt nog een variant met modulen. De deelnemers kunnen zich vinden in de gedachte om een basiscurriculum voor alle leerlingen verplicht te stellen.

Kwalificatie en andere doelen van het onderwijs

Een discussiepunt dat verband houdt met het voorgaande is in hoeverre de bovenbouwvakken wiskunde zich moeten richten op kwalificatie ten behoeve van een vervolgopleiding of ook op algemene vorming en het eigene van wiskunde. Dit spitst zich toe op het onderdeel meetkunde. Want meetkunde is voor vervolgopleidingen lang niet altijd relevant. Meetkunde is wel een mooie context voor logisch redeneren en bewijzen. Maar volgens vervolgopleidingen kun je logisch redeneren en bewijzen ook doen bij algebra en analyse. Nadeel hiervan is dat het beeld ontstaat dat wiskunde alleen bestaat uit algebra, analyse en statistiek, en dat het risico bestaat dat meetkunde vooral met een algebraïsche invalshoek vorm krijgt. Een deelnemer vraagt zich verder af of de algemene wiskundige vorming zich niet vooral, of misschien wel volledig in de onderbouw afspeelt.

Lesuren

De NVvW vindt dat het aantal lesuren wiskunde in de bovenbouw te klein is, zeker in vergelijking met het buitenland. Bij de herziening van de tweede fase in 2007 zijn er studielasturen uit wiskunde $B_{1,2}$ gehaald ten behoeve van wiskunde D. Leerlingen die geen wiskunde D kunnen kiezen, zoals dat volgens de NVvW in de regio Arnhem het geval is, worden tekortgedaan. Of geïnteresseerde leerlingen voldoende wiskunde kunnen doen, zou niet mogen afhangen van keuzen die een school maakt. Een en ander staat op gespannen voet met het uitgangspunt dat de nieuwe curricula in 70% van de studielast gedaan moeten kunnen worden.

Rekenen

De rekenleerstof komt in zijn geheel in de onderbouw aan bod. Daarna is onderhoud nog wel noodzakelijk, in het bijzonder met het oog op financiële redzaamheid. Dat onderhoud kan plaatsvinden in andere vakken. Maar, vraagt een deelnemer, hoe toets je dat als leerlingen allemaal verschillende vakken doen? Een van de deelnemers zegt dat je met toetsing niet alles oplost en het al een hele stap zou zijn als rekenen vermeld wordt in de curricula van andere vakken. Je kunt rekenen ook onderdeel maken van het basiscurriculum.

Specifieke kanttekeningen bij de uitgewerkte suggestie van NVvW en PWN
Een aantal deelnemers plaatst kanttekeningen bij de uitgewerkte suggestie van NVvW en PWN:

- Een van de deelnemers vindt dat statistiek voor leerlingen die naar een economische opleiding doorstromen (wiskunde XY) te beperkt is;
- Een andere deelnemer vindt het onderscheid tussen toegepaste bètastudies en technische studies niet helemaal duidelijk;
- Een derde deelnemer mist geografie in het lijstje met vervolgopleidingen en vraagt zich af of geneeskundestudies onder Gezondheidszorg vallen.

Instroom in het hbo
Probleem 3 gaat over instroomeisen in het hbo. Het feit dat maar weinig opleidingen wiskunde B voorschrijven, heeft volgens de deelnemers aan de meeting te maken met instroom uit het mbo. Deze instroom moet nog bijgespijkerd worden en dan neemt het hbo de instroom uit havo met wiskunde A net zo gemakkelijk mee. Eén van de deelnemers uit het hbo pleit ervoor om leerlingen in elk geval analyse en statistiek mee te geven. Een andere deelnemer uit het hbo stelt dat instroomeisen in het hbo minder belangrijk worden en dat het onderwijs zich richt op wat een student al kan; er is meer sprake van maatwerk. Naar aanleiding hiervan merkt een deelnemer op dat het dan blijkbaar niet erg noodzakelijk is om wiskunde in het voortgezet onderwijs al te zeer af te stemmen op vervolgopleidingen.

Conclusie
De deelnemers aan de expertmeeting zijn het eens over:

- De wenselijkheid om de problemen die door NVvW en PWN genoemd zijn op te lossen;
- Dat oplossing van deze problemen in de huidige vakkenstructuur niet mogelijk is;
- Dat er meerdere mogelijkheden zijn om buiten het huidige stelsel tot oplossingen te komen;
- Dat een keuze hieruit op meer democratische wijze, met inbreng van wiskundedocenten, tot stand zou moeten komen.

Voor de start van de ontwikkeling van de eindtermen voor havo en vwo zou er een vervolg moeten komen op deze verkenning, met verschillende alternatieven en varianten.

2.6 Slotbijeenkomst

Inleiding
Toen SLO een concept van dit rapport gereed had, zijn alle 44 experts die aan de expertmeeting hebben deelgenomen uitgenodigd voor een informatiebijeenkomst om kennis te nemen van de inhoud van het rapport. Daartoe hield een medewerker van SLO een presentatie met daarin de uitwerkingsrichtingen die in hoofdstuk 6 van dit rapport vermeld staan, en de aandachtspunten die in de expertmeetings aan bod gekomen zijn. Het conceptrapport zelf is niet gedeeld met de deelnemers aan de slotbijeenkomst om te voorkomen dat het gepubliceerd wordt voordat de definitieve versie uitgebracht is. De experts konden nadien vragen stellen en reacties geven. De slotbijeenkomst is bezocht door ongeveer de helft van de uitgenodigde experts.

Discussie

Veel vragen en reacties van deelnemers gaan over het vervolgtraject. Er worden vragen gesteld over hoe dit traject wordt vormgegeven, wat de rol van de curriculumcommissie zal zijn en hoe de vakverenigingen betrokken worden. Enkele deelnemers uiten zorgen over hoe de samenhang met andere leergebieden gestalte gaat krijgen en hoe vanuit andere leergebieden naar Rekenen & Wiskunde gekeken wordt. Een enkele deelnemer vindt dat de problematiek in de bovenbouw havo en vwo meer uitgewerkt had kunnen worden. Omdat de deelnemers aan de bijeenkomst niet vooraf kennis hebben kunnen nemen van de uitwerkingsrichtingen en de slotbijeenkomst informatief van aard is, is hun niet gevraagd naar een slotoordeel over het geheel.

3. Visie van het ontwikkelteam Rekenen & Wiskunde

3.1 Inleiding

In dit hoofdstuk komt de visie van het ontwikkelteam aan de orde, in het bijzonder de stellingnamen van het team over de relatie tussen het functioneel gebruiken van rekenen en wiskunde en formele wiskunde. Reden om nader in te gaan op deze relatie is dat een aantal dilemma's en discussies in het veld terug te voeren zijn op een (vermeende) tegenstelling tussen functioneel en formeel rekenen. In zijn visie schetst het ontwikkelteam een beeld waarin functioneel en formeel rekenen in onderlinge samenhang beide van belang zijn. En dat kan voor deze dilemma's een aanbevelenswaardige uitwerkingsrichting zijn, omdat zo recht kan worden gedaan aan alle functies van wiskunde. In dit hoofdstuk geeft SLO daarom een nadere duiding van de visie van het ontwikkelteam, gaat ze nader in op de discussies onder betrokkenen en brengt ze de thema's van deze nadere verkenning in verband met deze visie.

3.2 Nadere duiding van de visie

Een van de beoogde resultaten van Curriculum.nu is verbetering van de balans tussen de drie hoofddoelen van het onderwijs in het curriculum. Deze hoofddoelen zijn kwalificatie, onder andere ten behoeve van vervolgopleidingen, socialisatie en persoonsvorming. In hoofdstuk 2 van het voorstel van het ontwikkelteam werkt het team in zijn visie dat als volgt uit:

1. Alle leerlingen dienen zich op hun eigen niveau te bekwamen in het functioneel gebruik van wiskunde.
2. Alle leerlingen dienen de formele wiskunde te beheersen die nodig is om het bovenstaande te realiseren.
3. Leerlingen die meer formele wiskunde aankunnen, dienen in de gelegenheid gesteld te worden om zich hierin verder te bekwamen.

Onder wiskunde is in deze stellingnamen ook rekenen begrepen.

De eerste stellingname betekent dat leerlingen geleerd moet worden dat zij hetgeen ze bij rekenen en wiskunde leren, kunnen gebruiken in situaties die voor hen functioneel zijn, bijvoorbeeld in de uitoefening van een beroep, bij het beoefenen van wetenschap, in het dagelijks leven of anderszins. Eenvoudig vertaald staat hier dat leerlingen rekenen en wiskunde moeten kunnen toepassen in functionele situaties. Het ontwikkelteam geeft als argument hiervoor dat de meerderheid van de bevolking rekenen en wiskunde functioneel gebruikt. Platform Wiskunde Nederland bekrachtigt dit argument door in zijn visiedocument te stellen dat wiskundigen meer in multidisciplinaire teams opereren dan in het verleden. Als gevolg daarvan komen ze ook vaker in aanraking met het functioneel gebruik van wiskunde.

De tweede en derde stellingnamen bevatten de term formele wiskunde. Deze term refereert aan rekenen en wiskunde als een formeel-deductieve wetenschapsdiscipline. Het ontwikkelteam stelt dat voor elk van de leerlingen een bepaalde mate van kennis,

vaardigheid en inzicht in deze wetenschapsdiscipline noodzakelijk is. Daarbij wordt de mate waarin dit noodzakelijk is bepaald door:

- Enerzijds het niveau waarop leerlingen rekenen en wiskunde functioneel moeten gebruiken;
- Anderzijds door wat een leerling later in zijn/haar schoolloopbaan en daarna nog aan rekenen en wiskunde tegenkomt.

De eerste twee stellingnamen uit de visie kunnen het beste geïllustreerd worden aan de hand van een voorbeeld.

> Kansen worden vaak uitgedrukt in breuken die kleiner dan of gelijk zijn aan 1. In kansrekenregels worden kansen met elkaar vermenigvuldigd, door elkaar gedeeld, bij elkaar opgeteld en van elkaar afgetrokken. Gevolg hiervan is dat leerlingen die deze rekenregels (functioneel) moeten gebruiken, moeten weten dat je deze bewerkingen met breuken kunt doen, wat karakteristiek is aan deze bewerkingen en hoe je deze berekeningen op de rekenmachine uitvoert.
> Het rekenen met breuken komt ook aan bod bij het herleiden van algebraïsche vormen zoals $\frac{1}{a}+\frac{1}{2a}=\frac{2}{2a}+\frac{1}{2a}=\frac{3}{2a}$. Leerlingen die dit soort herleidingen moeten kunnen maken, zijn erbij gebaat te weten hoe je berekeningen formeel met breuken zonder rekenmachine kunt doen en deze op routine te kunnen uitvoeren.

Volgens de visie van het ontwikkelteam moeten leerlingen die gebroken algebraïsche breukvormen moeten kunnen herleiden, bijvoorbeeld omdat dat in een later stadium van hun schoolloopbaan voorkomt, leren hoe je bewerkingen met breuken doet met behulp van standaardprocedures en zonder rekenmachine. Voor leerlingen die géén algebraïsche breukvormen hoeven kunnen herleiden en die breuken alleen functioneel gebruiken, bijvoorbeeld in de kansrekening, kan het rekenen met breuken met standaardprocedures achterwege blijven. Berekeningen met breuken kunnen in dat geval met minder formele procedures of met de rekenmachine gedaan worden. Deze leerlingen moeten wel begrijpen dat breuken getallen zijn, waarmee je kunt rekenen. Als deze leerlingen ook met breuken willen kunnen rekenen zonder rekenmachine, krijgen ze - ook in het primair onderwijs - de gelegenheid te leren hoe dat kan. Dat geldt ook als ze breukrekenen op meer formeel niveau aan blijken te kunnen. Dit laatste is een invulling van de derde stellingname van het ontwikkelteam voor dit thema.

De keuzen van het ontwikkelteam en meningen over goed reken- en wiskundeonderwijs

Zoals bekend hebben betrokkenen bij het reken- en wiskundeonderwijs uiteenlopende opvattingen over wat goed reken- en wiskundeonderwijs inhoudt. De meningen liggen tussen twee min of meer tegenovergestelde uitersten in. Eén uiterste is dat de huidige technologie het mogelijk maakt rekenen en wiskunde functioneel te gebruiken zonder te beschikken over (gememoriseerde) kennis van, inzicht in en (geautomatiseerde) vaardigheid in formeel rekenen en formele wiskunde. De Expertgroep Doorlopende Leerlijnen Taal en Rekenen plaatste hier in 2008 vraagtekens bij. Zij stelt dat paraatheid van rekenkennis en -vaardigheid noodzakelijk is om rekenen functioneel te gebruiken.

Het andere uiterste is dat functioneel gebruik van rekenen en wiskunde niet relevant is. Leerlingen dienen zich te bekwamen in formele wiskunde en functioneel gebruik van wiskunde leidt af van waar het in essentie om gaat. Ook hierbij kunnen kanttekeningen geplaatst worden, en wel vanuit het PIAAC-onderzoek uit 2012 (OECD, 2013). Uit dat onderzoek blijkt dat volwassenen zowel in hun beroep als in hun dagelijks leven rekenen en wiskunde voornamelijk functioneel gebruiken.

De stellingnamen van het ontwikkelteam nemen een positie in tussen deze uitersten, om recht te doen aan opvattingen aan beide kanten van het spectrum, en proberen een modus te vinden waarbij er zo goed mogelijk recht wordt gedaan aan de verschillende perspectieven.

3.3 De thema's van de nadere verkenning in relatie tot de visie

Breuken
Het ontwikkelteam heeft geconstateerd dat toepassingen van het rekenen met breuken momenteel betrekkelijk laat in de schoolloopbaan voorkomen. Pas bij het gebruiken van rekenregels voor kansen komt het rekenen met breuken goed tot zijn recht. Volgens het voorstel van het ontwikkelteam, maar ook volgens de huidige wettelijke kaders, zitten we dan al in het voortgezet onderwijs. Dat plaatst het rekenen met breuken in het primair onderwijs in een moeilijke positie, omdat het leren daarvan veel leer- en onderwijsinspanning vergt, terwijl het functioneel gebruik van het rekenen met breuken op po-niveau beperkt is tot eenvoudige voorbeelden uit het dagelijks leven en de media, en die betreffen vooral eenvoudige breuken zoals de helft, een kwart, twee derde of drie vijfde. Dat is in het licht van de stellingnamen uit de visie de reden dat het ontwikkelteam voorgesteld heeft het formeel rekenen met breuken alleen aan leerlingen aan te bieden die er blijk van geven er al aan toe te zijn, en niet aan alle leerlingen in het primair onderwijs.

Rekenmachine
Volgens de stellingnamen van het ontwikkelteam is het gebruik van de rekenmachine voor het uitvoeren van berekeningen toegestaan, tenzij het voor het vervolg van de schoolloopbaan nodig is de onderliggende standaardprocedures te kennen. Het ontwikkelteam onderkent het belang van rekenen zonder rekenmachine, met name voor leerlingen die algebra moeten leren, en is geen voorstander van het gebruik van de rekenmachine zonder dat leerlingen daarover nadenken. Ze sluit hiermee aan bij de rol die de rekenmachine wordt toegedicht in de huidige kerndoelen voor het basisonderwijs en de referentieniveaus rekenen.

Samenhang
Binnen het thema samenhang is functioneel gebruik van rekenen en wiskunde een speerpunt. Concepten uit andere leergebieden vormen een toepassingscontext voor rekenen en wiskunde; rekenen en wiskunde op hun beurt kunnen in andere leergebieden een middel zijn om deze concepten te verwerven en/of te verdiepen. In deze zin vormt de eerste stellingname van het ontwikkelteam een goed aanknopingspunt voor samenhang met andere leergebieden.

Bovenbouw havo/vwo
Bij de verkenning naar een andere indeling van de wiskundevakken speelt niet zozeer de vraag hoe functioneel gebruik van rekenen en wiskunde samenhangt met formele wiskunde, maar meer in hoeverre kwalificatie ten behoeve van vervolgopleidingen een leidend principe moet zijn in de bovenbouw van havo en vwo. Dit staat wat verder af van waar het bij de andere thema's om gaat, maar is niet minder van belang.

4. Het ‘wat’ en het ‘hoe’

4.1 Inleiding

In de expertmeetings over breuken, de rekenmachine en samenhang kwam geregeld het onderscheid tussen het ‘wat’ en het ‘hoe’ van onderwijs aan de orde. Daarbij werd geconstateerd dat in het leergebied Rekenen & Wiskunde het ‘wat’ en het ‘hoe’ niet altijd even makkelijk van elkaar te onderscheiden zijn. Dit bleek ook al uit de feedback op de tussenproducten in de consultatierondes van Curriculum.nu. De reden om ook in dit rapport hier nader op in te gaan is het volgende.

Het ontwikkelteam had de opdracht bouwstenen te ontwikkelen voor drie fasen in de schoolloopbaan van leerlingen: onderbouw po, bovenbouw po en onderbouw vo. Hadden er alleen bouwstenen ontwikkeld hoeven worden voor de onderbouw vo, dan had er bijvoorbeeld een bouwsteen kunnen zijn met de formulering ‘*de leerling leert optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen met breuken*.’ In dat geval had niet gespecificeerd hoeven worden op welk niveau een leerling de bewerkingen met breuken zou moeten beheersen. Echter, doordat er voor drie fasen in de schoolloopbaan bouwstenen beschreven moesten worden, ontkwam het ontwikkelteam er niet aan om stil te staan bij de opbouw van het aanbod van inhouden, oftewel hoe doorlopende leerlijnen er uit kunnen zien. In sommige gevallen kan dit ten onrechte geïnterpreteerd worden als het ‘hoe’ in plaats van het ‘wat’, zoals ook bleek in de expertmeetings. Daarom wordt in dit hoofdstuk hier voor een aantal onderwerpen nader op ingegaan.

4.2 Doorlopende leerlijnen

Bij het vormgeven van doorlopende leerlijnen heeft het ontwikkelteam de vormgevingsprincipes gebruikt die in onderstaande tabel zijn weergegeven.

Tabel 1: Vormgevingsprincipes voor doorlopende leerlijnen volgens het ontwikkelteam

vormgevingsprincipe	*van*		*naar*
op basis van (hoeveelheid) kennis	weinig kennisonderdelen, beperkt repertoire van handelingen	→	veel kennisonderdelen, uitgebreid repertoire van handelingen
op basis van complexiteit	eenvoudige getallen, eenvoudige situaties, …	→	moeilijke getallen, moeilijke situaties, …
op basis van niveau van handelen	informeel, handelend, concreet, voorbeeldmatig handelen	denkmodellen, visualisaties, schematisch handelen	formeel, standaardprocedures, mentaal handelen
op basis van niveau van denken	concreet, uitvoerend, betekenis wordt ontleend aan voorbeelden en contexten	kenmerken, eigenschappen, los van context	abstract, denkobjecten

Uit de Toelichting Rekenen & Wiskunde Curriculum.nu

De verschillende stappen van links naar rechts in de tabel betreffen verschillende niveaus van beheersing. Als een leerlijn op basis van toenemende (hoeveelheid) kennis of op basis van toenemende complexiteit vormgegeven is, zullen weinig mensen dit als 'hoe' interpreteren. Dat wordt anders als een leerlijn is vormgegeven op niveaus van handelen en/of denken. Deze niveaus hebben hun wortels in leerpsychologische modellen en kunnen gebruikt worden om te beschrijven hoe het leren van leerlingen verloopt. Maar de niveaus uit de tabel kunnen óók worden gebruikt om te beschrijven tot waar het aanbod van leerstof in een bepaalde fase reikt, oftewel het 'wat', en dat is wat het ontwikkelteam heeft gedaan en bedoeld.

In bijvoorbeeld bouwsteen 1.2 Bewerkingen staat bij de bovenbouw primair onderwijs dat '*leerlingen leren verschillende bewerkingen met eenvoudige breuken uit te voeren – voor zover dat mogelijk is met een denkmodel of een visualisatie – en daarover te redeneren'.* Dit is dus bedoeld als doelomschrijving van wat alle leerlingen in ieder geval moeten leren. Het is níet bedoeld om voor te schrijven dat alle leerlingen in het primair onderwijs berekeningen met breuken met behulp van visuele denkmodellen *moeten* doen. En het is ook niet bedoeld om leerlingen die op formeel niveau met breuken kunnen rekenen, kennis van standaardprocedures te onthouden. Daarom is dit géén 'hoe'-formulering. Door de complexiteit van de breuken te beperken wordt voor leerlingen die formele rekenprocedures (nog) niet aankunnen, de gelegenheid gecreëerd berekeningen met breuken te doen, ondersteund met denkmodellen en visualisaties. Leerlingen die doorstromen naar het vmbo-gt, havo of vwo hebben beheersing van formele procedures voor berekeningen met breuken als voorkennis nodig voor algebra. Voor deze leerlingen geldt dat, als ze deze formele procedures in het primair onderwijs niet geleerd hebben, dit in de onderbouw van het voortgezet onderwijs alsnog aangeleerd moet worden.

4.3 Begripsvorming, procedureontwikkeling en automatiseren/memoriseren

Verwant met het voorgaande is de plaats van begripsvorming, procedureontwikkeling en automatiseren/memoriseren in een leerlijn. Formele wiskunde bestaat uit een samenhangend geheel van (1) objecten, zoals driehoeken, getallen, formules, verbanden, kansen; (2) van bewerkingen op deze objecten, zoals spiegelen, optellen, substitueren, grafieken tekenen en kansen berekenen; en (3) van eigenschappen van deze objecten en van deze bewerkingen. Een geheel getal is een voorbeeld van een object en optellen van twee gehele getallen is een voorbeeld van een bewerking. Een breuk daarentegen kent een zekere ambiguïteit en is object en bewerking ineen. En dat is voor veel leerlingen moeilijk, want je kunt een breuk dus interpreteren als een object, bijvoorbeeld een voorstelling van een verhouding ($\frac{2}{7}$ deel = 2 van de 7) of een getal ($\frac{2}{7}$), maar ook als een bewerking ($\frac{2}{7} = 2 \div 7$ en $\frac{2}{7}$ deel van 35 = 10).

Procedureontwikkeling houdt in dat leerlingen leren hoe je een bewerking uitvoert. Automatiseren van procedures betekent dat leerlingen leren ze op routine uit te voeren. Memoriseren betekent dat leerlingen bepaalde rekenfeiten uit het hoofd leren kennen, zoals $\frac{1}{2}$ = 0,5 en $\frac{1}{2}$ deel komt overeen met 50%. Begripsvorming betekent dat leerlingen begrip verwerven over de objecten, (de betekenis van de) bewerkingen en hun beider eigenschappen. Over breuken leren leerlingen bijvoorbeeld dat een breuk de uitkomst van een deling is en dat een breuk een mogelijke weergave is van een verhouding. En dat als je de teller en de noemer van een breuk met hetzelfde getal (niet gelijk aan 0) vermenigvuldigt, de waarde niet verandert.

Begripsvorming, procedureontwikkeling, automatiseren en memoriseren moeten volgens het ontwikkelteam in voorkomende gevallen worden gerealiseerd en maken daarmee allemaal deel uit van het 'wat'. Bijpassende doelformuleringen zijn bijvoorbeeld 'de leerling leert te begrijpen wat breuken zijn' en 'de leerling leert berekeningen met breuken (op routine) te maken' en 'de leerling weet dat $\frac{1}{2}$ = 0,5', enzovoorts.

Het ontwikkelteam heeft keuzes gemaakt hoe procedureontwikkeling, automatiseren en memoriseren en begripsvorming zich in primair onderwijs en onderbouw voortgezet onderwijs tot elkaar verhouden: bij breuken ligt de focus eerst meer op begripsvorming en een begin van procedureontwikkeling, en later in de schoolloopbaan meer op verdere procedureontwikkeling en automatiseren en memoriseren. Hieraan ten grondslag liggen inzichten en praktijkervaringen van de leden van het ontwikkelteam hoe leerlingen het beste breuken kunnen leren. Op basis daarvan zijn er bouwstenen ontwikkeld over breuken voor de onderbouw po, bovenbouw po en onderbouw vo en die maken deel uit van het 'wat'. De gemaakte keuzes van het ontwikkelteam worden door de deelnemers aan de expertmeeting Breuken in meerderheid ondersteund.

4.4 Doel en middel

Bij het gebruik van de rekenmachine kunnen doel en middel door elkaar lopen. In de expertmeeting over de rekenmachine is genoemd dat de rekenmachine onder andere gebruikt kan worden voor het uitvoeren van berekeningen en als hulpmiddel bij het verkennen en onderzoeken van reken- en wiskundige concepten. De laatstgenoemde functie valt onmiskenbaar onder het 'hoe'.

Of een leerling bepaalde berekeningen met of zonder rekenmachine mag uitvoeren wordt mede bepaald door de vraag in hoeverre het voor het vervolg van de schoolloopbaan noodzakelijk is of een leerling rekenprocedures kent en (geautomatiseerd) kan uitvoeren. Keuzen hieromtrent maken deel uit van het 'wat'.

4.5 Perspectieven

In de expertmeeting Samenhang is door een van de deelnemers het concept van perspectiefgericht onderwijs ingebracht. Rond een bepaalde context, zoals energie, waterhuishouding, klimaatverandering of vitaliteit, dragen verschillende leergebieden bij aan een oplossing van een probleemstelling of onderzoek naar oorzaken en gevolgen. De contexten en wat de leergebieden daaraan bijdragen kunnen desgewenst deel uitmaken van het beoogd curriculum en zijn dan voor scholen verplicht. En dan behoren contexten tot het 'wat' van het curriculum. In zekere zin wordt dat door Curriculum.nu ook voorgesteld in de vorm van de mondiale thema's Duurzaamheid, Globalisering, Technologie en Gezondheid. Dit zijn weliswaar thema's, maar scholen en leraren kunnen hierbij contexten ontwikkelen.

Perspectiefgericht onderwijs is ook mogelijk binnen een leergebied. Het wiskundeweb van het ontwikkelteam en de uitgewerkte voorbeelden in de toelichting op het voorstel van het ontwikkelteam brengen dat in beeld. Een onderwijsactiviteit vergt inzet van reken- en wiskundekennis en van reken- en wiskundige denk- en werkwijzen. Vormgeving van onderwijs maakt deel uit van het 'hoe'. Scholen en leraren bepalen zelf in hoeverre ze deze aanpak hanteren. Hier was het ook mogelijk geweest contexten zoals prestaties van dieren of de grootkeuken in een verzorgingstehuis als verplichte contexten in het beoogd curriculum op te nemen. Het risico hiervan is dat leerlingen Rekenen & Wiskunde alleen maar binnen die contexten kunnen gebruiken en daarbuiten niet.

5. Kerndoelen primair onderwijs en onderbouw voortgezet onderwijs

5.1 Inleiding

Er is op het moment van schrijven een definitieve conceptversie van het zogenaamde *ontwerpkader* voor de kerndoelen po en onderbouw vo beschikbaar. Volgens dit ontwerpkader hebben de nieuwe kerndoelen een 'middenniveau' van specificatie tussen het specificatieniveau van de huidige eindtermen enerzijds en referentiekader anderzijds, en daarnaast een beheersingscomponent. De beheersingscomponent bestaat uit een bepaalde opbouw van beheersingsniveaus en desgewenst een beheersingsnorm. In de expertmeetings is een aantal opmerkingen gemaakt over wat er op welke wijze precies in het formele curriculum vastgelegd zou moeten worden en in hoeverre differentiatie tussen leerlingen in het formele curriculum gefaciliteerd moet worden. In dit hoofdstuk wordt in het licht van het ontwerpkader op deze en dergelijke vragen ingegaan.

5.2 Wat wordt er in het landelijk curriculum vastgelegd?

Vooral bij het thema Samenhang rijst de vraag wat er in een landelijk curriculum vastgelegd moet worden. De deelnemers aan de expertmeeting Samenhang vroegen zich af in hoeverre samenhang tussen leergebieden op scholen door middel van regelgeving afgedwongen moet worden. Het concept-ontwerpkader voor kerndoelen beperkt zich op het terrein van samenhang tot het voorkómen van dubbelingen in leerinhouden, tot mondiale thema's en tot brede vaardigheden. Het voorschrijven van specifieke (toepassings)contexten wordt in het ontwerpkader niet voorzien. Het valt op grond van de bevindingen van de expertmeeting Samenhang niet te verwachten dat dit een punt van discussie wordt. In aanvullende handreikingen kunnen nadere suggesties hieromtrent gedaan worden.

5.3 Aanbodsdoelen en beheersingsniveaus

De bouwstenen van het ontwikkelteam beschrijven wat scholen en leraren aan kennis, inzicht, vaardigheden en denk- en werkwijzen aan hun leerlingen zouden moeten leren. Over (het beoogde niveau van) beheersing staat in de bouwstenen weinig. Maar in tegenstelling tot veel andere onderwerpen kennen de bouwstenen voor het rekenen met breuken wel beheersingsniveaus. Zie bijvoorbeeld bouwsteen 1.2 Bewerkingen in de bovenbouw van het primair onderwijs: '*Leerlingen leren verschillende bewerkingen met eenvoudige breuken uit te voeren – voor zover dat mogelijk is met een denkmodel of een visualisatie – en daarover te redeneren*.' De bijzin in de bouwsteen geeft een nadere specificatie van hoe 'eenvoudige breuken' volgens het ontwikkelteam geïnterpreteerd moet worden.

Naar het zich laat aanzien biedt het ontwerpkader voor po en onderbouw vo gelegenheid beheersingsniveaus en, indien mogelijk of wenselijk, beheersingsnormen te formuleren. Een formulering zoals in bouwsteen 1.2 past daarom binnen het ontwerpkader. Hoe beheersingsniveaus en -normen ook beschreven worden, in geen geval moeten deze gebruikt worden om een bepaalde onderwijsaanpak voor alle leerlingen voor te schrijven; dat valt immers onder het 'hoe'.

5.4 Gedifferentieerde leerdoelen?

In de expertmeetings en ook in het ontwikkelteam is vaak gesproken over differentiatie tussen leerlingen. De wens tot differentiatie kan al in de visie van het ontwikkelteam geproefd worden. In zijn voorstel komt differentiatie met betrekking tot kennis en vaardigheden alleen voor in de onderbouw van het voortgezet onderwijs, zulks als gevolg van de randvoorwaarden aan het op te leveren voorstel.

Het is in dit kader van belang onderscheid te maken tussen gedifferentieerde leerdoelen en gedifferentieerd onderwijs. Gedifferentieerd onderwijs wordt door de deelnemers van de expertmeetings hoog gewaardeerd, maar gedifferentieerde leerdoelen kunnen nadelige effecten hebben, namelijk dat verondersteld 'zwakkere' leerlingen leerstofaanbod wordt onthouden dat wordt gezien als alleen voor de 'betere' leerlingen. Het minimaal voorgeschrevene kan zich dan ontwikkelen tot het maximaal haalbare. Dit is een onbedoeld en ongewenst effect van gedifferentieerde leerdoelen.

Het ontwerpkader voor kerndoelen in po en onderbouw vo biedt een mogelijkheid om bij bepaalde inhouden gedifferentieerd onderwijs te stimuleren zonder gedifferentieerde leerdoelen te stellen. In het concept-ontwerpkader beschrijven kerndoelen aanbod van leerinhoud, en kan een opbouw in beheersingsniveaus en desgewenst een beheersingsnorm daaraan toegevoegd worden. Als wordt afgezien van het stellen van een norm, is het mogelijk dat álle leerlingen kennis nemen van een bepaalde leerinhoud, maar dat ze verschillende beheersingsniveaus bereiken en dat is een manier om gedifferentieerd onderwijs te faciliteren. Dit idee raakt het gedachtegoed rond formatief evalueren (zoals gepropageerd door bijvoorbeeld Leary & Wiliam, 2015), waarbij beheersingsniveaus als een schaal kunnen dienen om te bepalen hoe goed een leerling een leerdoel beheerst ('succescriteria' bij Leary en Wiliam).

5.5 Welke mate van specificatie?

Een substantieel aantal deelnemers aan de expertmeetings Breuken en Rekenmachine dringt erop aan in het beoogd curriculum scherp, helder en concreet te formuleren wat leerlingen moeten leren over breuken c.q. moeten leren te doen zonder rekenmachine. Valkuil hierbij is dat kerndoelen en eindtermen veel details bevatten en aanleiding geven tot discussie over randgevallen. Sommige experts zijn van mening dat hiervan bijvoorbeeld sprake is in het Referentiekader rekenen, waarin lange lijsten met parate kennis en vaardigheden voorkomen, maar dat desondanks ruimte laat voor verschillende interpretaties. Uitdaging zal zijn om voldoende specificiteit te bieden zonder in details te vervallen. In recente curriculumdocumenten, zoals in de syllabus Rekenen 2F en 3F (College voor Toetsen en Examens, 2015), wordt daartoe gebruik gemaakt van karakteristieke voorbeelden.

Het ontwerpkader biedt mogelijkheden tot een zekere mate van specificatie van kerndoelen. Als de kerndoelen volgens leraren en scholen niet specifiek genoeg zijn, dan is het mogelijk de gewenste specificiteit te bieden in concretiseringen van de kerndoelen, nadat de kerndoelen geformuleerd zijn. Zulke concretiseringen maken geen deel uit van het landelijk curriculum en hebben daarom een meer vrijblijvende status, maar zijn wel richtinggevend voor bijvoorbeeld toetsontwikkelaars en uitgevers.

6. Recapitulatie en de uitwerkingsrichtingen

In dit hoofdstuk worden uitwerkingsrichtingen uit de vorige twee hoofdstukken op een rij gezet. In de expertmeetings bleken die door een meerderheid van de deelnemers ondersteund te worden.

Algemeen

1. Ontwikkel op basis van de nieuwe kerndoelen concretiseringen waarin onder andere nadere specificaties van kerndoelen vermeld worden, bijvoorbeeld in de vorm van karakteristieke voorbeelden.

2. Vermijd in de kerndoelen voor te schrijven op welke wijze leerlingen inhouden geleerd moet worden. Gebruik in het beoogde curriculum niveaus van denken en handelen alleen om beheersingsniveaus te beschrijven en niet om het 'hoe' voor te schrijven.

Breuken

3. Uitwerkingsrichting 2 is in het bijzonder van toepassing op breuken in het primair onderwijs. Schrijf niet voor dat leerlingen bij het rekenen met breuken gebruik moeten maken van visualisaties en denkmodellen, maar bied hun de gelegenheid hiervan gebruik te maken door de moeilijkheidsgraad van breuken waarmee gerekend moet worden te beperken.

Rekenmachine

4. Beschrijf in de kerndoelen of in concretiseringen daarvan welke gememoriseerde kennis en geautomatiseerde vaardigheden van de leerlingen verwacht worden.

Samenhang

5. Stimuleer op landelijk niveau de samenhang tussen leergebieden op scholen door instrumenten te ontwikkelen die die samenhang bevorderen.

Bovenbouw havo/vwo

6. Laat voorafgaande aan het eindtermentraject een vervolgonderzoek uitvoeren naar welke vakkenvariant het meest wenselijk is. De resultaten van dit onderzoek zouden het uitgangspunt kunnen vormen voor de ontwikkeling van eindtermen voor de bovenbouw van havo en vwo.

Referenties

College voor Toetsen en Examens. (2015). *Syllabus Rekenen 2F en 3F.* Utrecht: College voor Toetsen en Examens.

cTWO. (2012). *Denken & doen. Wiskunde op havo en vwo per 2015.* Utrecht: Commissie Toekomst Wiskundeonderwijs.

Curriculum.nu. (2019a). Leergebied Rekenen & Wiskunde. *Voorstel voor de basis van de herziening van de kerndoelen en eindtermen van de leraren en schoolleiders uit het ontwikkelteam Rekenen & Wiskunde*. Den Haag: Curriculum.nu.

Curriculum.nu. (2019b). Toelichting Rekenen & Wiskunde. *Toelichting op het voorstel voor de basis van de herziening van de kerndoelen en eindtermen van de leraren en schoolleiders uit het ontwikkelteam Rekenen & Wiskunde*. Den Haag: Curriculum.nu.

Expertgroep Doorlopende Leerlijnen Taal en Rekenen. (2008). *Over de drempels met taal en rekenen. Hoofdrapport van de Expertgroep Doorlopende Leerlijnen Taal en Rekenen.* Enschede: SLO.

Inspectie van het Onderwijs. (2020). *Peil. Taal en Rekenen: Einde basisonderwijs 2018 - 2019*. Utrecht: Inspectie van het Onderwijs.

Leary, S. & Wiliam, D. (2015). *Embedding Formative Assessment*. West Palm Beach, FL: Learning Sciences International.

OECD. (2013). *Programme for the International Assessment of Adult Competencies*. Geraadpleegd op 15 juli 2020 op http://www.oecd.org/skills/piaac/.

PWN-Commissie Onderwijs. (2020). *Aansluiting tussen voortgezet en hoger onderwijs*. Geraadpleegd op https://www.platformwiskunde.nl/wp-content/uploads/2020/02/20200120-vo-ho-verkenning.pdf.

Als landelijk kenniscentrum leerplanontwikkeling richt SLO zich op de ontwikkeling van het curriculum in het primair, speciaal en voortgezet onderwijs in Nederland. We werken met het onderwijsveld aan de doelen, kaders en instrumenten waarmee scholen hun opdracht vanuit een eigen visie kunnen vervullen.

We brengen praktijk, beleid, maatschappelijke ontwikkelingen en onderzoek samen en stellen onze expertise beschikbaar aan onderwijs en overheid, bijvoorbeeld in de vorm van leerplannen, tools, voorbeeldlesmaterialen, conferenties en rapporten.

slo

Bezoekadres
Stationsplein 15
3818 LE Amersfoort

Postadres
Postbus 502
3800 AM Amersfoort

T +31 (0)33 484 08 40
E info@slo.nl
W www.slo.nl

company/slo
SLO_nl